

CÁLCULO DINÁMICO MODAL DE VIBRACIONES DE UNA ESCALERA, REALIZADO CON METODOLOGÍA BIM

F. J. Sánchez Berdugo

Arquitectura Técnica OFITEC Estepona SLP, Estepona, España

RESUMEN

Aunque el método de cálculo de estructuras de elementos finitos inició su andadura sobre el 1950, no tuvo utilidad práctica, hasta la llegada del desarrollo de las computadoras. El motivo fue que manualmente era inabarcable, por el número de operaciones necesarias, no obstante, los ordenadores volvieron a rescatar estos métodos, debido a que tiene una metodología ideal para la programación informática.

Decir también, que este método requiere de muchos recursos, y su desarrollo ha sido paralelo al desarrollo de las computadoras, tanto software con hardware, siendo la evolución informática la que ha marcado el ritmo en la evolución de este campo técnico.

En origen, los cálculos de estructuras eran estáticos, dado que requerían menos prestaciones informáticas. Para salvar este problema, lo que se hacía, era aumentar la magnitud de las fuerzas para compensar sus efectos.

El BIM también es una metodología reciente, dado que nace en 1986 y es a partir del año 2.000 cuando comienza su evolución con 4 programas o aplicaciones mundiales, (Archicad, Revit, Allplan y Bentley), que pueden subir resultados a una plataforma en la nube.

A partir de los últimos avances de la tecnología informática, con ordenadores cada vez más potentes, y motores de cálculo que también favorecen la capacidad informática, han aparecido herramientas desde hace menos de 10 años, capaces de realizar cálculos dinámicos modales de vibración.

En este caso se pretende mostrar un caso práctico real, de un cálculo dinámico modal de vibraciones, de una escalera metálica empotrada en una estructura metálica oculta en el cerramiento exterior de la vivienda, mediante metodología BIM, con el motor de cálculo de gran prestigio a nivel mundial OPENSEES, a través del software de CYPE INGENIEROS.

1.INTRODUCCIÓN

La dinámica estructural estudia el comportamiento de las estructuras en base a sus desplazamientos, velocidades y aceleraciones de sus masas.

Sus principales propiedades son:

- La rigidez
- La masa
- La amortiguación

El cálculo estructural de un edificio se encuentra dentro de la estática, ya que estos, deben estar en equilibrio, y es el campo, donde siempre nos hemos movido, sin embargo,

1º Están sometidos a fuerzas exteriores que pueden ser dinámicas, como el sismo, viento, un impacto de un vehículo, la rodadura de vehículos o personas, etc.

2º Puede, a pesar de estar en equilibrio, estar sometido a pequeños movimientos dinámicos internos u oscilaciones de la estructura, que causan molestias, ruidos o grietas, perjudicando a los edificios o sus inquilinos.

En los orígenes del cálculo estructural, debido al poco conocimiento y a la complejidad que aparejaba, no se tenía en cuenta este concepto, pues ya era suficientemente complicado calcular estáticamente la estructura de un edificio con los conocimientos que se tenían, para añadir otras cuestiones secundarias.

Conforme ha ido evolucionando la ciencia, esto también ha ido evolucionando, de forma que gracias a este progreso y sobre todo a la entrada en juego de los ordenadores, se han podido afrontar estos retos, a los que antes ni los físicos, ni los ingenieros, ni siquiera se planteaban, por la complejidad que presentaba y las necesidades del momento.

1.1. Objetivos del método

El objeto del método es comprender como vibrará nuestra estructura al aplicar diferentes cargas.

La idea principal, es conocer previamente a la ejecución de la estructura, el fenómeno de desplazamientos o vibraciones, para tomar las medidas necesarias y modificar la geometría o secciones de los elementos estructurales y así evitar problemas estructurales, en los casos más extremos, como viento o sismo. En el objeto de este estudio, pretendemos evitar molestias, vibraciones e incluso patologías derivadas de los desplazamientos, mediante el conocimiento del fenómeno y los modos de vibración del caso concreto.

En resumen, los objetivos pretendidos son los siguientes:

- Comprender el comportamiento de estos tipos de estructuras.
- Cuantificar la magnitud de las vibraciones que transmite el elemento estructural.
- Conocer la durabilidad de la estructura y como puede afectar las vibraciones.
- Solucionar problemas de molestias de ruido y vibraciones.

- Optimización del diseño mediante la simulación de la respuesta del prototipo y las modificaciones realizadas al modelo dinámico.
- Detección de imperfecciones o defectos.

1.2. Metodología

Existen dos formas distintas de atajar este problema:

1. Con un planteamiento estático. Este planteamiento se basa en que el efecto dinámico se sustituye por un sistema de fuerzas estáticas, (más fácil de acometer), que se consideran equivalentes a las dinámicas y refuerzan la estructura para poder tener en cuenta estos efectos. Un ejemplo de este tipo de cálculo es el viento, que es un esfuerzo dinámico traducido matemáticamente, en una fuerza equivalente o varias hipótesis y varias fuerzas estáticas equivalentes, que la sustituyen y facilita su cálculo, sobre todo, desde el desarrollo de la informática, dado que cada hipótesis, significa un cálculo completo, por lo que si tenemos muchas hipótesis el número de cálculos sería imposible abarcarlo.

2. Mediante un planteamiento dinámico, gracias a los avances informáticos y los grandes motores de cálculo, que nos acercan cada vez más a la solución del problema.

Existen dos tipos o técnicas distintas de acometer el problema:

- a) Análisis modal experimental (EMA)

Es mediante ensayos, pero la mayoría de las veces es difícil y poco práctica su aplicación.

- b) Análisis modal analítico (AMA), que es en el que nos vamos a centrar.

Se trata de hacer un modelado matemático, mediante el método de elementos finitos, que nos repliquen el comportamiento de la estructura, con la ventaja de que podemos predecir su comportamiento previamente a su construcción, lo que permite modificar el diseño o forma del modelo antes de su construcción.

2. ANALISIS MODAL ESPECTRAL DE VIBRACIONES

Este es el cálculo de análisis dinámico modal más extendido y frecuentemente utilizado.

A continuación, se describirá su metodología.

El análisis modal espectral, es el procedimiento para obtener los desplazamientos en un sistema de varios grados de libertad, (normalmente 6), siendo este elástico.

Sino es elástico, por existencia de elementos no lineales, previamente se linealiza [6].

Una vez obtenidos los desplazamientos, por la Ley de Hooke, son automáticas las fuerzas que actúan sobre la estructura, pasando a ser un cálculo estático de una estructura.

Es especialmente importante para este cálculo, tener en cuenta la amortiguación. Se considera un 5% para estructuras de hormigón y sobre un 2% ó 3% para estructuras metálicas, (criterios ampliamente extendidos en el campo de la sismología y que se traslada al presente estudio).

El análisis modal, es una técnica, mediante la cual podemos predecir las frecuencias naturales, y formas de modo, para determinar su comportamiento a diferentes cargas y perturbaciones. Desde el punto de vista matemático, se aplican las ecuaciones del movimiento para la estructura de referencia, que debido a la complejidad que conlleva, resolvemos mediante métodos numéricos como el método de elementos finitos.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (1)$$

La ecuación del movimiento, conforme a la segunda Ley de Newton, se trata de una ecuación diferencial polinómica, formada por tres monomios, donde las cargas externas están en relación con el tiempo y dependen de

$m\ddot{u}$, es la segunda derivada de la masa, es decir la aceleración

$c\dot{u}$, es la primera derivada de la velocidad, es decir la amortiguación

ku , es el desplazamiento y depende de la rigidez del elemento

En este caso, se trata de saber cómo vibran los peldaños de una escalera metálica volada, cuando sube por ella una persona o varias, por su zona más externa, variando su estado de carga. Dependiendo si la persona está sobre el peldaño o deje de apoyarse en él, se produce una variación de la carga. Con esto definimos los diferentes casos de carga, con los que se puede predecir el comportamiento que tendrá esa escalera y como vibrará, así como su grado máximo, para poder aceptarla o colocar perfiles más rígidos, que reduzcan dichas vibraciones y a la vez, que los perfiles sean los más delgados posibles, para que, se pueda conseguir un elemento estético y económico, lo más optimizado posible.

Cuando sometemos una estructura a una fuerza externa, vibra a unas frecuencias específicas, que se conocen como frecuencias naturales o modos de vibración de la estructura. Cada modo de vibración se asocia a una forma de modo específica de esa estructura.

2.1. Procedimiento

En este apartado vamos a realizar el cálculo de la escalera antes mencionada que se trata de una escalera metálica volada, cuya estructura se esconde en el cerramiento exterior de la vivienda, dando la sensación que se empotra en ese cerramiento, tal y como se observa en la imagen.



Figura 1. Imagen 3D del proyecto de ejecución del Estudio Arquitectura Baltasar Rios Cruz de Marbella.

En el presente cálculo, se explicará todo el proceso de cálculo, desde el modelado de la estructura en 3D, hasta el objetivo final, que es el diseño y verificación, para que una vez construida, podamos garantizar que no va a vibrar, dado que este, es el problema que suelen tener estas estructuras de este tipo.

En cuanto a resistencia (ELU) y deformaciones (ELS), normalmente, siempre van a cumplir con la normativa, pero a veces vibran e incluso transmiten esas vibraciones a la estructura del edificio, y sobre todo cuando son medianeras, pueden transmitir, ruidos, vibraciones, y, en definitiva, molestias a otros edificios, a lo que hay que sumar las malas sensaciones de notar las vibraciones, dando sensación de inseguridad, debilidad, poca calidad, etc. Por lo que al estudiar los modos de vibración podemos darnos cuenta y tomar medidas que evitaren estos problemas.

Primero modelaremos la geometría y calcularemos la estructura como una estructura normal, en este caso con el cálculo se advierte que para que cumpla a torsión si en las zancas de la escalera colocamos 2 UPN casados con soldadura discontinua, la estructura no cumple a torsión, sin embargo si los 2 UPN los sueldo, de forma continua, el error desaparece, por lo que aunque el trabajo tiene más mano de obra, he procedido de esta manera, para que la zanca sea lo menor posible y más estética su imagen final.

Una vez se calcula, como ya anticipé, la estructura cumple sobradamente toda la normativa. Lo normal es que una que vez ocurre esto, el técnico la da por buena y se termina el cálculo. La normativa, aun no contempla las vibraciones y podría ocurrir que la escalera cumpla todo y aun así, vibre más de lo razonable y cómodo.

Para calcular vamos a utilizar la versión 2.026.a de Cype 3D y el motor de cálculo OPENSEES de la Universidad de Berkley en California. La incorporación de este motor de cálculo al programa de Cype ha permitido desde hace unos años nuevas posibilidades como la que aquí hoy se expone.

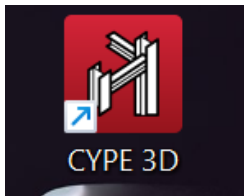


Figura 2. Logotipo de programa Cype 3D y motor de cálculo OpenSees

Normalmente, la estructura, antes de realizar el análisis modal de vibraciones, ya se ha calculado para obtener secciones y dimensionamiento necesarias, por lo que la geometría y las propiedades ya han sido introducidas en el programa.

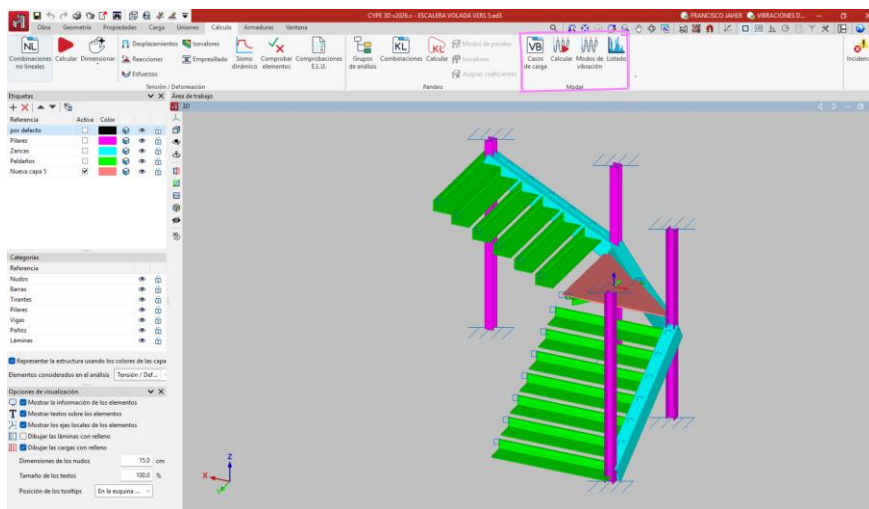


Figura 3. Programa Cype 3D vers 2.026a, pestaña de cálculo. Cálculo inicial de la escalera, la marca en magenta indica el apartado modal para realizar el cálculo modal de vibraciones de una estructura previamente calculada.



Figura 4. La barra de tareas contiene 4 iconos.

2.1.1. Casos de carga



Lo primero a realizar es la creación de los casos de carga.

En este caso el proceso es lineal, pero podría partir de un análisis no lineal de la estructura, del que obtenemos un modelo equivalente linealizado.

Este modelo tiene su matriz de rigidez de la estructura, que es la misma utilizada en el cálculo inicial de nuestra estructura. [1]

La matriz de masas contiene únicamente las cargas de naturaleza gravitatoria que intervienen en el caso de carga analizado. Estas cargas tendrán los coeficientes de participación en el caso de carga definido. [6]

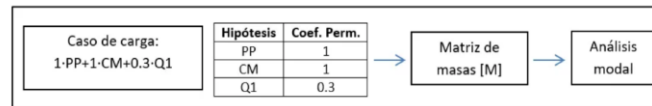


Figura 5. Ejemplo creación caso de carga extraído del documento [6]

Posteriormente ya podemos calcular las frecuencias naturales y modo de vibración.



2.1.2. Calcular

En este artículo, nos interesaremos por las vibraciones de los peldaños de la escalera empotrados en la zanca metálica, tal y como aparece en la imagen anterior. Para ello se utiliza un modelo de cálculo mediante un análisis modal de vibraciones de un elemento de un solo grado de libertad, por lo que sería un cálculo sencillo, entre comillas.

Para realizar el cálculo voy a utilizar el módulo nuevo, que se ha incluido en la versión de Cype 3D 2.026a y siguientes, que se trata de un módulo independiente, que aparece en la pestaña estructura, en la barra de herramientas de cálculo.

Con este módulo, a partir de la definición de la geometría de la escalera, que previamente se introdujo para calcularla y con las propiedades de la estructura, que evidentemente también se encuentra ya definida, incluso podríamos definir no linealidades, como podrían ser rótulas plásticas, apoyos elásticos que solo funcionen a tracción o a compresión, tirantes, cruces de San Andrés o barras que trabajan solo a tracción, incluso láminas con módulos de balasto solo a compresión, etc., de forma que primero obtenemos el modelo equivalente linealizado, así como su matriz de rigidez, y después se realizaría el cálculo con solo definir cada uno de los casos de carga del modelo, pues todo lo demás, como dije antes ya está introducido en el programa, cuando hicimos el cálculo de la estructura, con lo que es muy cómodo y rápido hacer este cálculo a partir del cálculo inicial realizado, siguiendo los pasos indicados por el fabricante del software [6].

Para poder realizar el cálculo modal solo necesitamos la matriz de masas, donde vamos a considerar solamente las cargas de naturaleza gravitatorias que interviene en el caso de carga analizado, con el coeficiente a utilizar en la respectiva combinación.

Casos de carga.

La clave, en el éxito del cálculo, es el establecimiento de los casos de carga e incluso en los coeficientes de las combinaciones, pues aquí el Ingeniero deberá acertar con la propuesta para obtener buenos resultados.

Por eso, este prácticamente es el único trabajo que tenemos que hacer y en el radica obtener resultados coherentes y valiosos. Este análisis se realiza de forma independiente para cada uno de los casos de carga definidos.

En este cálculo participan dos elementos.

Matriz de rigidez.

Es la matriz de siempre, solo que, si existen elementos no lineales, primero se linealiza, por métodos que no son objetos de este capítulo, pero de forma fácil se obtiene una matriz de rigidez linealizada equivalente.

Matriz de masas.

Para el análisis modal de vibraciones, objeto del capítulo, se puede considerar a efecto de masas, solamente las cargas de naturaleza gravitatorias, que intervienen en el caso de la carga analizada, para lo cual tenemos que realizar un análisis de cada caso de forma individual, ya que se pueden dar casos muy diferentes con diferentes estrategias.

Desde el punto de vista conceptual, merece la pena aclarar el concepto y sus diferencias entre peso y masa.

La masa (m) es la cantidad de materia que tiene un cuerpo, es una propiedad intrínseca del elemento y se representa en Kg, por ejemplo. Sin embargo, el peso (P), es una fuerza que varía según la atracción de la gravedad (g) que se ejerce sobre su masa (m), por lo que variará según la fuerza de gravedad del lugar (g), que en la tierra es 9.81 m/seg^2 y se mide en kp o N, entre otras unidades.

$$P = mxg = m \times 9.81 \text{ m/seg}^2 \quad (2)$$

Hipótesis de carga de la escalera

En primer lugar, se realiza el estado de cargas, para un cálculo normal de la escalera, donde tenemos:

1. P_p , como peso propio de la estructura metálica,

Salvo que se indique expresamente, el programa ya introduce directamente en el estado de carga el peso propio de los elementos estructurales.

2. CM_1 , carga muerta del peso de la baranda de la escalera,

Esta escalera, por su zona volada o exterior tendrá una baranda de vidrio y posiblemente un pasamano metálico de acero o aluminio, realizando un marco al propio vidrio, esta baranda quedará suspendida en 3 puntos mediante pies derechos o pilares del mismo material del pasamano y apoyarán en el forjado de arranque o planta baja, o en la meseta intermedia y en el forjado de desembarque o planta alta. De esta manera se transmitirán los pesos o cargas de la baranda al resto de la estructura, por lo que a nuestra escalera solo se transmitirán cargas de la baranda a la meseta intermedia, en su extremo exterior, dado que el resto de cargas irán directamente a la estructura del edificio y en los peldaños no apoyará la baranda. Por lo que tendremos:

CM1 = peso vidrio + peso marco metálico = 1 KN

Será una carga puntual de 1KN, en el extremo de la viga de soporte de la meseta.

3. CM2, solado de revestimiento de la estructura.

En este caso se prevé de mármol de 3 cm de espesor tanto en peldaños como en meseta.

Meseta, se introducirá mediante carga superficial al ser un elemento de lámina

CM2= 0.66 KN/m²

Peldaños, se introducirá mediante carga lineal, toda vez que se tratan de elementos lineales y como el peldaño es de 30 cm de huella.

CM2=0.20 KN/ml

4. Q1, sobrecarga de uso de la escalera.

Vamos a suponer el estado más desfavorable, de una persona que suba por la escalera cargado, en el borde del peldaño o en la meseta intermedia de escalera, con lo que supondré una carga puntual en el borde de cada peldaño de 1.5 kN.

Definición de casos de carga para el cálculo modal de vibraciones

En nuestro caso definiremos 2 casos de carga, siendo los coeficientes de combinaciones siempre 1.

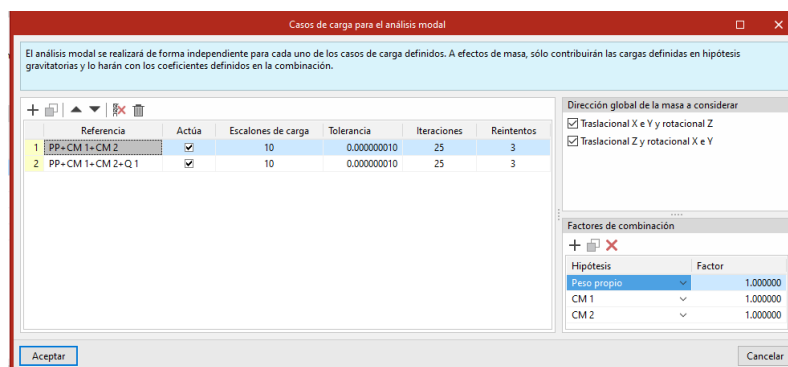


Figura 6. Pantalla de Cype 3d, versión 2.026a, casos de carga.

Los casos de carga serán distintos para los peldaños y para la meseta intermedia.

Peldaños

Caso 1. Constituidos solamente por las cargas permanentes dado que siempre estarán sobre la barra.

$$Pp+CM2 = Pp \text{ (lo incluye el programa) } +0.20 \text{ KN/ml}$$

Caso 2. Al anterior se le añade la sobrecarga, pues es el peso de una persona que o bien estará o no estará, presionando el peldaño con su peso.

$$Pp+CM2 +Q1= Pp \text{ (lo incluye el programa) } +0.20 \text{ KN/ml}+1.5 \text{ KN}$$

Meseta intermedia

Caso 1. Constituidos solamente por las cargas permanentes dado que siempre estarán sobre la barra.

$$Pp+CM1+CM2 = Pp \text{ (lo incluye el programa) } +1 \text{ KN}+0.20 \text{ KN/ml}$$

Caso 2. Al anterior se le añade la sobrecarga pues es el peso de una persona que o bien estará o no estará en la meseta.

$$Pp+CM1+CM2 +Q1= Pp \text{ (lo incluye el programa) } +1 \text{ KN}+0.20 \text{ KN/ml}+1.5 \text{ KN}$$

Calcular

Una vez definidos los casos de cargas pulsamos la siguiente opción calcular.

Donde tenemos las siguientes opciones

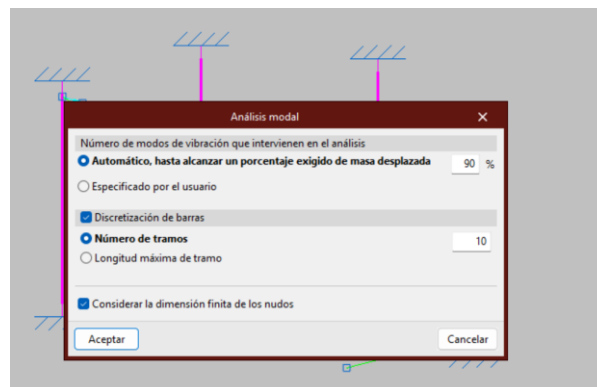


Figura 7. Pantalla calcular de Cype 3D, VERSION 2.026a

Al aceptar arranca el motor de cálculo OpenSees,

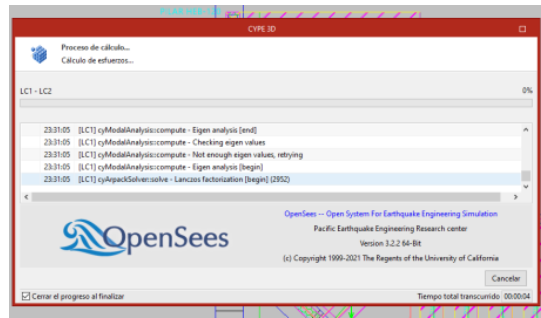


Figura 8. Pantalla que aparece mientras calcula el motor de cálculo.

2.2. Metodología BIM

El objetivo de este apartado consiste, en ver como integramos este modelo de cálculo en la metodología BIM, sin entrar en el ámbito completo que abarca, es decir, de forma parcial a lo que nos afecta.

La aplicación de modelado arquitectónico para este ejemplo será Revit 2024, la plataforma en la nube BIMserver.center de CYPE INGENIEROS y la aplicación de cálculo estructural Cype 3D versión 2.026.c

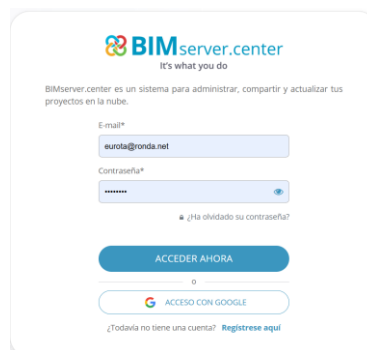


Figura 9. Pantalla para acceso a la nube de CYPE INGENIEROS, BIMserver.center, donde se ubica el modelo único para accesos de los diferentes participantes o colaboradores en el desarrollo del proyecto.

Te das de alta en la plataforma de la nube de Cype Ingenieros, que es gratuito.

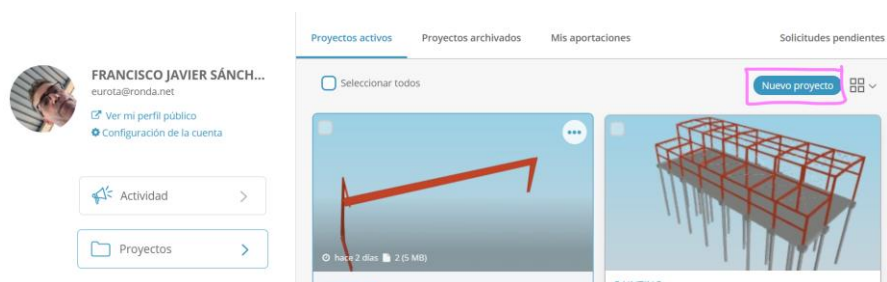


Figura 10. Pestaña para crear un nuevo proyecto en la nube.

Creas o das de alta el nuevo proyecto, y a partir de aquí volvemos al programa de cálculo.



Figura 11. La imagen muestra la barra de tareas de Cype 3D en versión 2.026c y se marca en magenta las órdenes para comunicar el programa con BIMserver.center.

Desde el programa de cálculo, te vinculas al modelo arquitectónico de la nube con la orden “vincular” y finalmente compartes la estructura con la orden “compartir”, para de este modo poder trabajar directamente en el modelo.

La metodología BIM, permite trabajar a todos los profesionales al mismo tiempo, en la nube, mediante un modelo único que subimos a la nube.

En la metodología BIM se sustituyen las líneas del dibujo, por elementos constructivos, donde nos permite que tengamos desde el inicio, todas las características de los materiales, es decir, contamos con el precio, transmitancia energética, características de calidades y material, peso, mantenimiento que necesita, durabilidad y vida del mismo, etc.

Esto nos permite muchas ventajas como:

- Modelos en 3D de todas especialidades
- Ciclo de vida completo del edificio
- Modelo único en la nube, se evita varias versiones
- Permite planificación y gestión al incorporar el modelo no solo líneas de dibujo, sino todos los datos intrínsecos de forma paramétrica.
- Mediciones y control de obra, sin errores de medición, ya que tenemos los elementos constructivos, en vez de líneas y mediante tablas de medición y contadores podemos obtener una medición automática.
- Simulaciones de eficiencia energética, toda vez de que cada elemento cuenta con los valores de transmisión térmica de los mismos.
- Uso y mantenimiento del edificio.
- Permite el trabajo colaborativo de diferentes especialistas.

En el procedimiento tradicional, hasta que un técnico no terminaba su parte del proyecto, no se podía comenzar el siguiente, con lo que era un procedimiento lento y por tanto más caro.

Pasamos de un proceso lineal a uno circular, modificándose los flujos de trabajos. Se trata de la industrialización del proceso constructivo.

Se trata de un proceso de interoperabilidad, entre diferentes programas de especialistas, que permite comparar los modelos 3D que generan y comprobar o verificar las colisiones existentes [7].

2.3. Resumen final

En primer lugar, el Arquitecto ha realizado el proyecto básico de la vivienda modelándolo en REVIT, y lo ha subido a la nube como se ha indicado anteriormente.

El Arquitecto invitará a colaborar a todos los oficios que requieren el proyecto de ejecución, como, el calculista de estructuras, electricidad y telecomunicaciones, fontanería y saneamiento, climatización, decoración, carpinterías y cerrajerías, etc.

De forma que el modelo es único, cada profesional trabaja en su especialidad, y van subiendo a la nube sus aportaciones, de forma que todos podrán ver los avances, y el Project Manager, podrá analizar las colisiones, al superponer los diferentes modelos, de las diferentes disciplinas del proyecto. Como ejemplo podría ser la estructura de hormigón y tubos de fontanería, que podrían generar colisiones de tubos que atraviesen vigas.

En este caso, solo se analizarla la escalera, que sería una parte de la estructura, por ser el objeto del artículo.

3. RESULTADOS



3.1. Modos de vibración

El modo de vibración en realidad es el periodo en segundos. Tras la finalización del cálculo, al pulsar el modo de vibración, aparece un listado para cada caso de carga.

En nuestro caso, solo tenemos dos:

[1] Caso 1, el peldaño con la carga muerta genera 93 modos distintos.

[2] Caso 2, el peldaño con la carga viva o sobrecarga de uso genera 79 modos.

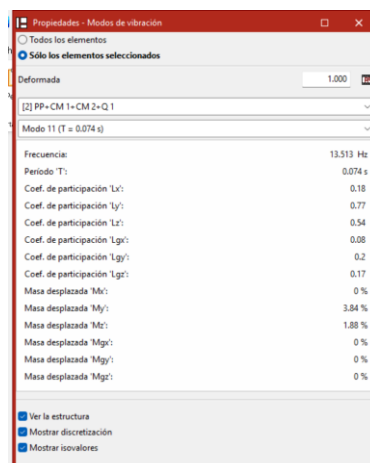


Figura 12. Pantalla modos de vibración de Cype 3D, versión 2.026.c

En este caso, se elige el caso 2 y el modo 11, y obtenemos los parámetros modales, que aparecen en la imagen, como son la deformada de ese modo, que aparece en forma escalada

entre 0 y 1, la frecuencia en hercios (Hz), el período (segundos), los coeficientes de participación en la dirección local o global, así como la masa desplazada en cada dirección del modo.



3.2 Listados

El programa nos permite visualizar

- La deformada de los peldaños, en cada caso de carga y cada uno de los modos.
- Video con animación de cómo se deforma cada caso de carga y modo
- Listado donde aparece en función del caso de carga, todos los modos, frecuencias y marcado en azul las casillas donde se concentra la carga movilizada

[2] PP+CM 1+CM 2+Q 1														
Modo	Frecuencia (Hz)	T (s)	L _x	L _y	L _z	L _{gx}	L _{gy}	L _{gz}	M _x (%)	M _y (%)	M _z (%)	M _{gx} (%)	M _{gy} (%)	M _{gz} (%)
Modo 1	7.275	0.137	0.08	0.39	0.60	0.69	0.06	0.04	0.00	10.43	25.42	24.96	0.00	0.00
Modo 2	7.883	0.127	0.42	0.09	0.44	0.15	0.76	0.12	12.01	0.00	13.48	1.08	29.89	0.00
Modo 3	9.198	0.109	0.13	0.09	0.28	0.93	0.17	0.06	0.00	0.00	1.07	8.60	0.00	0.00
Modo 4	9.935	0.101	0.02	0.06	0.50	0.02	0.85	0.15	0.00	0.00	1.79	0.00	3.94	0.00
Modo 5	9.970	0.100	0.02	0.60	0.35	0.48	0.51	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Modo 6	10.169	0.098	0.16	0.23	0.40	0.84	0.24	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Modo 7	10.717	0.093	0.63	0.07	0.50	0.16	0.56	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Modo 8	11.542	0.087	0.18	0.26	0.77	0.13	0.15	0.52	0.00	0.00	6.06	0.00	0.00	1.74
Modo 9	12.461	0.080	0.38	0.28	0.71	0.45	0.23	0.13	1.83	0.00	6.60	1.92	0.00	0.00
Modo 10	13.161	0.076	0.17	0.84	0.32	0.16	0.36	0.10	0.00	10.67	1.53	0.00	1.43	0.00

Figura 13. Imagen listado de Cype 3D versión 2.026.c

Al final de la lista aparece la suma de todos los modos con el % de masa movilizada.

Modo 89	634.183	0.002	0.02	0.07	0.93	0.27	0.06	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Modo 90	643.104	0.002	0.17	0.09	0.37	0.81	0.16	0.37	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Modo 91	653.128	0.002	0.25	0.16	0.84	0.40	0.10	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Modo 92	672.377	0.001	0.05	0.15	0.06	0.76	0.62	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Modo 93	702.166	0.001	0.03	0.06	0.32	0.62	0.71	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Total									94.51	94.55	84.09	77.83	78.97	93.64

Figura 14. Imagen del final de la tabla

Y finalmente aporta unos gráficos finales, donde aparecen las gráficas de frecuencias en ordenadas, masa desplazada en accisa y además en distinto color aparecen los diferentes casos de carga, en cada una de las direcciones.

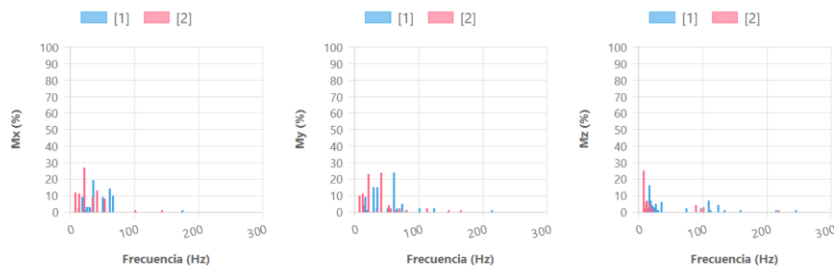


Figura 14. Graficas resumen del listado del programa Cype 3D, versión 2.026.c

Analizando los resultados podemos prever como vibrará la escalera y su comportamiento.

3.3. Resultados de la escalera propuesta

Material: Acero S275. Perfil peldaño: Ángulo L250x150x15 mm.

La escalera se compone de 3 elementos, el tramo de arranque o inicial, la meseta y el tramo de llegada o desembarco.

Lo primero que debe de quedar claro, son los diferentes tipos de elementos estructurales de que disponemos, como son las barras, que serían los peldaños, elementos lineales que tienen un solo grado de libertad y las láminas con 3 grados de libertad.



Figura 15. Barra de tareas con marcado de los diferentes elementos estructurales, barra o lámina.

A continuación, las direcciones de esos elementos, como son direcciones locales de cada elemento estructural y direcciones globales de toda la estructura, las cuales no tienen por qué coincidir, como efectivamente ocurre en la siguiente imagen.

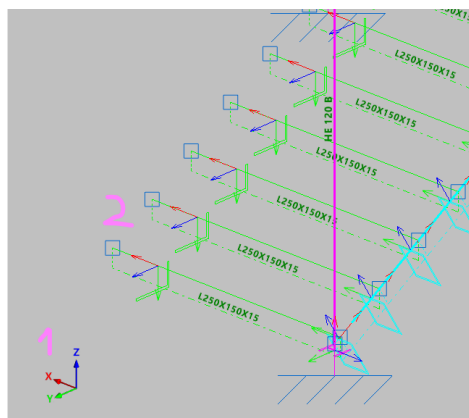


Figura 16. En magenta, el número 1 indica los ejes globales de la estructura completa, y en el número 2 los ejes locales de las barras, en este caso, pero podrían haber sido láminas. El color rojo marca la dirección X, el color verde la dirección y, y el color azul la dirección z.

Como se trata de un ejemplo, para mayor claridad, nos vamos a centrar en el tramo de llegada o desembarco, donde el peldaño se encuentra en la dirección local x y los mayores desplazamientos se producen en la dirección y. En cuanto a ejes globales nos interesa la dirección vertical, que en este caso es la dirección z.

3.3.1 Deformación inicial del peldaño

Para tener una idea y datos para analizar previamente al cálculo modal, comprobamos el cálculo inicial de la escalera y revisamos la deformación del peldaño en su punto más desfavorable, que será el nudo exterior del mismo, toda vez que, nos interesa que este desplazamiento o deformación en el campo elástico sea la menor posible, ya que cuando estamos en el caso de carga 1 y no actúan las cargas vivas, el peldaño recupera parte de la deformación proporcional a la carga aliviada conforme a la Ley de Hooke, dado que la premisa inicial es mantenernos en el campo elástico del material, y mientras sea menor esta deformación, menos se desplazará el mismo. En este caso, el peldaño elegido es el tercero desde arriba en su extremo exterior.

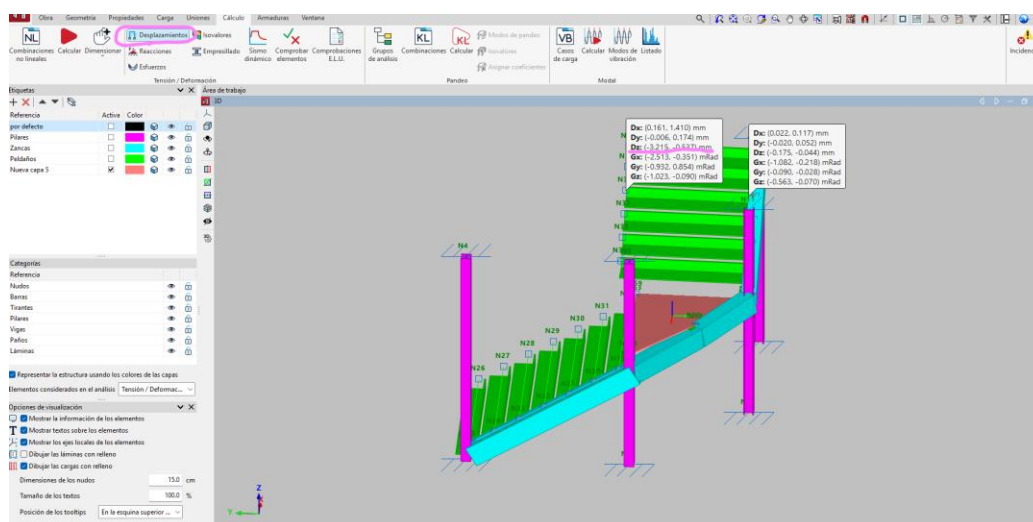


Figura 17. Desplazamiento de nudo deseado dentro del cálculo inicial de la escalera.

Esto nos arroja un descenso máximo del exterior del peldaño respecto de ejes locales de -3.215 mm.

3.3.2.- Resultados del cálculo modal de vibraciones más interesante

En realidad, este programa tiene su utilidad más interesante, en el cálculo de vibraciones de puentes y otros elementos, pero podemos darle muchas utilidades, como en este caso la escalera, en base a un buen planteamiento del problema, sobre todo en el planteamiento de los casos de carga. Los datos que nos interesan pueden ser distintos, en función del caso concreto.

En este caso los datos más interesantes son:

Periodo T

Número de modos Nº modos

Suma porcentaje masa movilizada en cada dirección de los modos $\sum M$ (%)

Valores máximos de masa desplazada en un modo M (%)

Siempre serán dos valores, (1/2) que corresponden a cada caso de carga, en este caso.

Resumen de resultados más interesantes:

CALCULO MODAL VIBRACIONES										
Escalera	Tramo	Desplazam maximo	T (1/2)	Nº modos(1/2)	% suma Mx	% suma My	% suma Mz	Mx caso 1/2	My caso 1/2	Mz caso 1/2
	Unidades	mm	segundos			Ejes locales			Ejes locales	
Metalica L250x150x15	3 DESEMBARCO	-3,21	0,059/0,137	93/79	94,51/97,44	94,55/97,61	84,09/88,76	19,32/27	24,02/23,87	15,66/25,42

Figura 18. Resultados del cálculo

Deformación de caso 1, en el modo 2 que corresponde a este tramo.

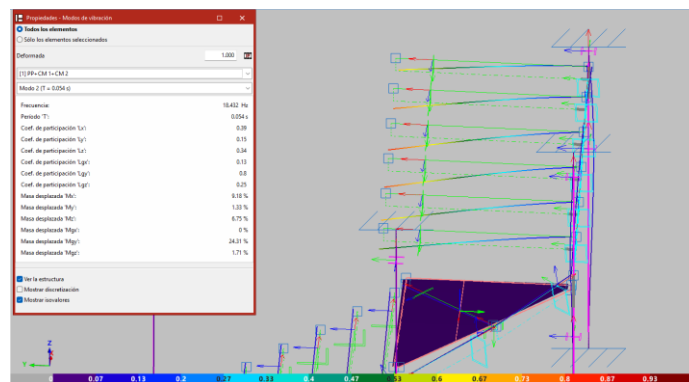


Figura 19. Deformación caso carga 1, modo 2.

Podemos observar las deformaciones de los peldaños, escaladas entre 0 y 1.

Deformación en caso 2.

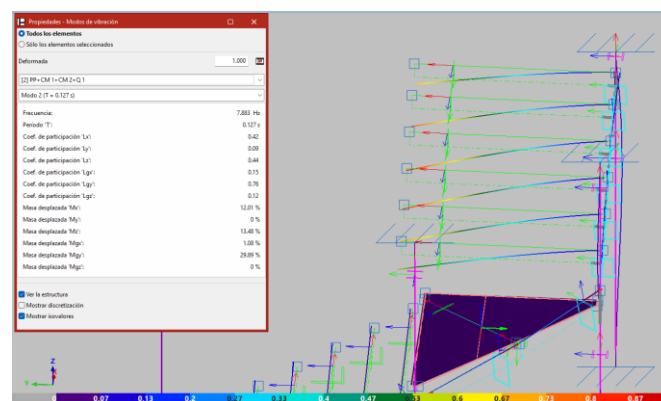


Figura 20. Deformación caso carga 2, modo 2.

La deformación es similar, pero aumenta en valor absoluto lógicamente, así como la masa movilizada para el mismo modo, como se observa en el cuadro de parámetros.

4. CONCLUSIONES

Para poder sacar las conclusiones, he realizado un cuadro de varios tipos de escaleras con la misma geometría, donde cambian la rigidez de las barras y los tipos de material, con el objetivo de sacar leyes de diseño para la escalera, así como conclusiones.

CALCULO MODAL VIBRACIONES										
Escalera	Tramo Unidades	Desplazam maximo mm	T (1/2) segundos		Nº modos(1/2)	% suma Mx	Ejes locales			Mz caso 1/2
							% suma My	% suma Mz	Mx caso 1/2	
Metálica L250x150x15	3 DESEMBARCO	-3,21	0,059/0,137	93/79	94,51/97,44	94,55/97,61	84,09/88,76	19,32/27	24,02/23,87	15,66/25,42
Metálica L65X65X10	3 DESEMBARCO	-30,02	0,139/0,494	88/75	94,28/96,67	92,98/97,20	75,81/88,33	26,16/19,84	14,29/19,84	39,32/18,41
Madera 100x100	3 DESEMBARCO	-24,5	0,125/0,336	81/87	91,73/96,89	92,63/96,66	76,80/87,68	20/24,19	14,24/18,35	10,78/21,35
Aluminio 100x100x10	3 DESEMBARCO	-6,6	0,065/0,191	85/77	95,35/97,49	93,53/97,39	78,10/88,41	31,96/24,04	15,25/20,61	8,22/23,21
Hormigón 100x100	3 DESEMBARCO	-8,6	0,075/0,217	90/85	96,59/97,45	95,90/97,52	81,41/88,98	35,26/20,56	22,46/23,55	9,50/23,55

Figura 21. Cuadro de resultados de diferentes escaleras con igual geometría.

De forma general en este tipo de cálculos es sabido que,

- El período (T) de vibración, indica la magnitud de la misma en segundos, por lo que mientras sea menor su valor en segundos, menos vibrará.
- El coeficiente de participación de la masa modal, indica que hasta que no lleguemos a la movilización del 100% de la masa no parara de vibrar, ni de disipar la energía, por lo que nos interesa que esté cercano al 100% y mayor de 90% en todo caso. En caso de ser menor del 90% habría que aumentar el número de modos teóricamente.
- La concentración de movilización de masas de cada modo, cuadros marcados en azul de los listados, reducen la vibración, ya que movilizamos antes la masa.
- Si el número de modos es mayor, también la estructura es más insegura y estará más tiempo vibrando.

4.1. Análisis de resultados

Claramente la escalera que mejor se va a comportar es la primera, ya que además de ser la que menos se desplaza, -3.21 mm frente a valores de hasta -30.02 mm, el período de vibración también es el menor, en torno a 0.06 seg en el caso de carga 1 y 0.14 seg carga 2, frente a 0.14 seg y 0.50 seg , en la escalera de madera.

Si observamos los desplazamientos de peldaños, existe una perfecta correlación entre las deformaciones y la magnitud de período, lo que nos indica que períodos inferiores a 0.14 seg con la mayor carga es una buena indicación.

En cuanto, al porcentaje de masa movilizada, se aprecia que el material que alcanza más porcentaje sería el hormigón, que vibrará menos al alcanzar más porcentaje y el peor la madera. Mientras, la de acero y aluminio son intermedias y parecidas de comportamiento previsto.

Finalmente, el desplazamiento por modos y dirección no da datos concluyentes.

5. AGRADECIMIENTOS

Al Colegio de Arquitectos Técnicos de Málaga y su presidenta Doña Leonor Muñoz Pastrana, por el apoyo que siempre ofrece y la motivación que genera.

A Cype Ingenieros y Don Carlos Fernández, por la colaboración en este documento y otros actos y artículos, aportando datos y sobre todo mucho conocimiento sobre los temas tratados.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] F.J.Sánchez. *“Cosas que debe saber el calculista de estructuras”*, JMSR editor, Marbella, 2.025
- [2] M.G.Pastor. *“Curso online de la versión 2.026a. del programa Cype 3D, análisis modal de vibraciones”* de Cype Ingenieros.
- [3] Documentación de BIMSERVER.CENTER de Cype Ingenieros.
- [4] J.C. Bravo *“Métodos de análisis en Teoría de la Elasticidad”*.
- [5] J.P.Simon *“Introducción al cálculo por ordenador”*, Escuela de la Edificación, UNED
- [6] Publicación web Cype 14/06/25 *“Soluciones profesionales análisis modal de vibraciones”*
- [7] Guía de interoperabilidad CYPE-REVIT, manual de uso v.2.0, desarrollo de proyectos CYPE y REVIT.